
TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	1
1.1	La méthode du point fixe et applications	1
1.1.1	Le résultat principal	1
1.1.2	Equations jacobiennes	3
1.1.3	Equations elliptiques non-linéaires	4
1.1.4	Problèmes de transport	5
1.1.5	L'équation des ondes semi-linéaire	6
1.2	Le problème des deux puits	7
1.2.1	Le cas non-dégénéré	7
1.2.2	Le cas semi-dégénéré	8
1.2.3	Le cas dégénéré	10
I	La méthode du point fixe et applications	11
2	La méthode du point fixe	13
2.1	Le résultat principal	13
2.2	Autres résultats	17
3	Equations jacobiennes	19
3.1	Le résultat principal	20
3.2	Un lemme technique	22
4	Equations elliptiques linéarisées	25
4.1	Le résultat principal	25
4.2	Un lemme technique	30
4.3	Cas particulier : le problème semi-linéaire	33
4.4	Exemple : l'équation des surfaces minimales	36

5	Equations elliptiques fortement non-linéaires : le problème de Dirichlet	39
5.1	Le résultat principal	39
5.2	Lemmes techniques	42
5.3	L'équation de Monge-Ampère	44
5.4	Equations hessiennes	48
6	Equations elliptiques fortement non-linéaires : le problème oblique	51
6.1	Le résultat principal	51
6.2	Lemmes techniques	55
7	Problèmes de transport	59
7.1	Lemmes techniques	60
7.2	Premier résultat	63
7.3	Second résultat	68
7.4	Annexe : Régularité, connexité et convexité	75
8	L'équation des ondes semi-linéaire	79
8.1	Le résultat principal	79
8.2	Un lemme technique	82
II	Le problème des deux puits	85
9	Le cas non-dégénéré $\det(A), \det(B) \neq 0$	87
9.1	Notations et résultats préliminaires	88
9.2	Non-existence de solutions affines par morceaux	93
9.3	Cas particuliers	104
9.3.1	Analyse dans un demi-plan	104
9.3.2	Analyse dans un angle de plan	110
9.3.3	Un domaine non-convexe	113
9.4	Le cas orthogonal	116
9.5	Solutions lipschitziennes	118
9.6	Annexe : connexions de rang-1 et enveloppe rang-1 convexe	120
9.7	Annexe : polygônes	123
10	Le cas semi-dégénéré $\det(A) \neq 0, \det(B) = 0$	127
10.1	L'enveloppe rang-1 convexe	127
10.2	Théorèmes d'existence	138
10.3	Exemples de solutions affines par morceaux	143
10.3.1	Conditions nécessaires	143
10.3.2	Analyse dans un demi-plan	145
10.3.3	Analyse dans un angle de plan	153
10.4	Annexe : propriété de relaxation	155
11	Le cas dégénéré $\det(A) = \det(B) = 0$	159
11.1	L'enveloppe rang-1 convexe	159
11.2	Le problème de Dirichlet	163

III Annexes	169
A Espaces de Hölder	171
A.1 Définitions	171
A.2 Propriétés	173
B Equations linéaires	177
B.1 L'équation de la divergence	177
B.2 Equations elliptiques du deuxième ordre	178
B.3 L'équation des ondes	185
B.4 Un problème sur le bord	186
Bibliographie	187